

Kinematik-Nachweis

Musterdokument mit vollständigen Beispielwerten. Es zeigt den Nachweis, den der gekaufte Export für IHRE Eingaben erzeugt - es ist selbst kein Nachweis für ein Bauteil.

Projekt: Musterprojekt

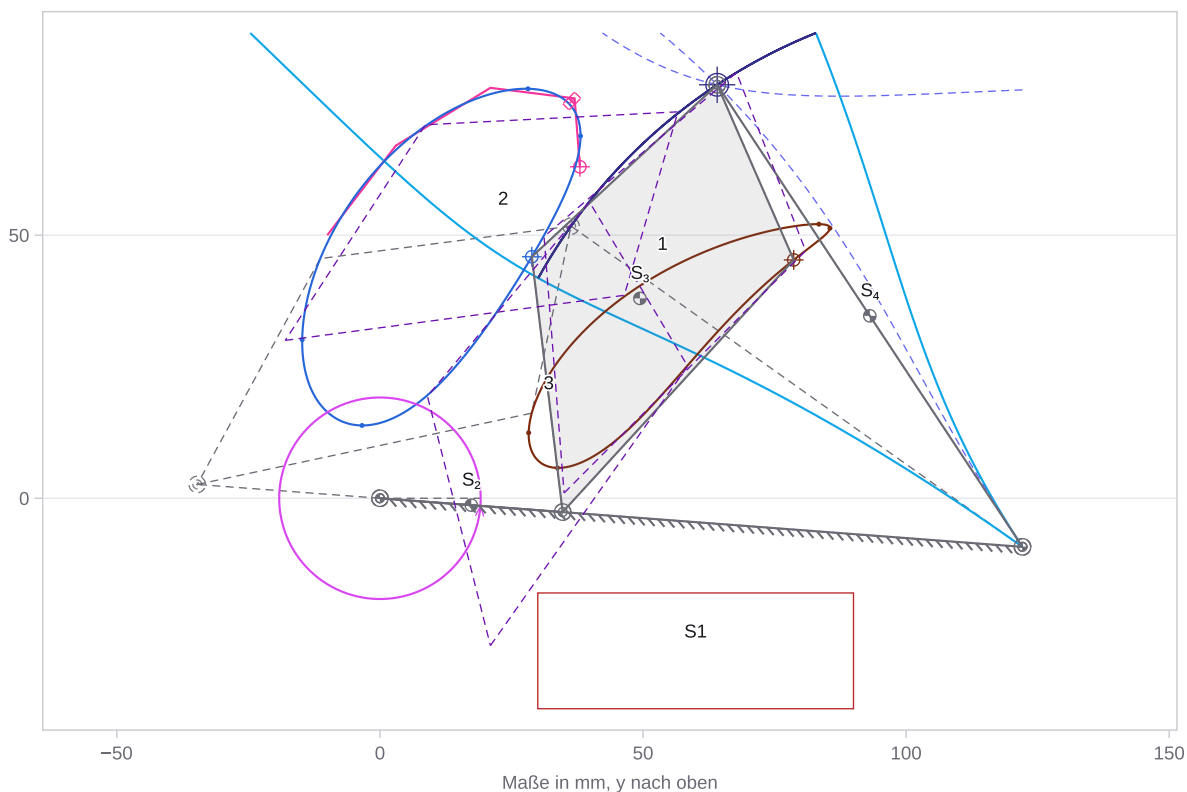
Bauteil/Position: kein reales Bauteil

Bearbeiter: Muster, ohne Freigabe

Gesamtbewertung: in Ordnung — jede geprüfte Bedingung ist erfüllt. Bewertet wurden nur die Zeilen der Nachweistabelle; alles Übrige steht als Kennwert ohne Bewertung.

Dieses Dokument belegt die BEWEGUNG des unten beschriebenen Getriebes: seine Struktur, seinen Umlauf, die daraus gerechneten Winkel, Momente und Gelenkkräfte sowie die Genauigkeit, mit der gerechnet wurde. Es belegt ausdrücklich KEINE Festigkeit, keine Lebensdauer, keine Eigenfrequenz und keine Fertigungstoleranz. Von der Kollisionsfreiheit belegt es genau das, was geprüft wurde: die Lage der Gliedmittellinien gegenüber den gezeichneten Sperrflächen — nicht die Glieder untereinander, nicht ihre wirkliche Breite und nichts, wo keine Sperrfläche vorgegeben ist.

Systemskizze in der Ausgangslage



Gezeichnet ist dieselbe Szene wie auf dem Bildschirm: Gestell, Glieder und Gelenke im neutralen Ton.

Jeder markierte Punkt trägt seine eigene Kurvenfarbe, und sein Fadenkreuz und seine Umkehrmarken haben denselben Ton wie seine Bahn. Daran ist abzulesen, welche Kurve zu welchem Punkt gehört, auch wo zwei einander kreuzen.

Verfolgte Gelenke zeichnen ihre Spur in einer zweiten Farbreihe, getrennt von den Koppelkurven. Das Fadenkreuz um ein Gelenk sitzt dort, wo dieses Gelenk in der gezeigten Lage steht — dasselbe Zeichen wie am markierten Gliedpunkt.

Der Antrieb hebt sich über den Kreis um sein Lager ab. Die Pfeilspitzen darauf zeigen, wohin er dreht — eine bei einem vollen Umlauf, zwei bei einem Antrieb, der zwischen zwei Grenzen schwenkt. Der waagerechte Strich vom Drehpunkt bis zum Kreis ist die Nullrichtung, gegen die der Bogen zu lesen ist: Die Winkel des Antriebs zählen von ihm aus gegen den Uhrzeigersinn und nicht von der Gliedlinie, die dort ansetzt.

Eingezeichnet ist außerdem die vorgegebene Sollbahn — die Kurve, die der Bearbeiter auf der Zeichenfläche gezogen hat. Sie ist eine Vorgabe und kein Ergebnis. Das Kreuz sitzt auf ihrer ersten Ecke.

Die gestrichelten Umrisse mit den Ziffern sind die vorgegebenen Lagen der bewegten Ebene: Sie zeigen die Gestalt des unten genannten Glieds an dem Ort und in der Verdrehung, die der Bearbeiter vorgegeben hat. Auch sie sind eine Vorgabe und kein

Ergebnis — das Getriebe nimmt sie nicht notwendig ein. Die Ziffer ist die Stelle in der Reihenfolge und keine Zeitangabe; die Tabelle darunter nennt zu jeder ihre Zahlen.

Die geschlossenen Umriss mit den Buchstaben S sind die vorgegebenen Sperrflächen — Rahmen, Bauraum oder Vorrichtung, in die kein Glied fahren darf. Auch sie sind eine Vorgabe und kein Ergebnis. Geprüft wird jedes bewegliche Glied über den ganzen Umlauf, und zwar samt dem Band, das es zwischen zwei gerechneten Stellungen überstreicht; das Gestell und die Glieder untereinander bleiben ausgenommen. Ein Glied ist dabei die Verbindungslinie seiner Anschlussorte und hat KEINE BREITE: Der geprüfte Umriss ist die Mittellinie des Bauteils, nicht seine Kontur. Wer mit einem 12 mm breiten Flachstahl baut, weitet die Sperrfläche vorher um die halbe Bauteilbreite auf. Wo die Ecken jeder Fläche genau liegen, steht nicht in diesem Dokument, sondern maßstäblich in Millimetern in der CAD-Datei desselben Exports, auf dem Layer SPERRFLAECHE — eine Tafel hier trüge bei fünf Flächen zu je sechzig Ecken dreihundert Koordinatenpaare, die niemand abtippt.

Die kurze Strecke mit den beiden Rauten ist die größte Abweichung zwischen Sollbahn und Koppelkurve: Die eine Raute sitzt auf der Sollbahn, die andere auf der Bahn des verglichenen Teils, und die Länge der Strecke IST der oben ausgewiesene Betrag. Zugeordnet wird über den nächsten Punkt — zu jeder Stelle der Sollbahn der nächstgelegene Ort der Koppelkurve, gleich bei welchem Kurbelwinkel er erreicht wird. Das ist ein reiner Formvergleich; ob die Kurve die Bahn auch zur rechten Zeit durchläuft, sagt er nicht.

Zusätzlich eingezeichnet sind die beiden Polbahnen des gewählten Glieds: die Rastpolbahn liegt fest im Gestell, die Gangpolbahn ist mit dem Glied verbunden und rollt auf ihr ab. Beide berühren sich in jeder Stellung genau im Momentanpol. Sie gehören zum ganzen Umlauf und sind auf den Bildausschnitt beschnitten; der Pol selbst liegt oft weit außerhalb.

In dieser Stellung ist kein Momentanpol eingezeichnet, und das ist kein Fehlen: Das Glied bewegt sich hier nicht. Ein ruckfreies Bewegungsgesetz beginnt den Umlauf aus dem Stillstand, und ein ruhendes Glied hat keinen Momentanpol.

Rechnung

Schritte je Umlauf	360
Gerechnete Lagen	361
Bewegungsdauer eines Umlaufs	0,5 s
Mittlere Drehzahl des Antriebs	120 1/min
Schwerkraft (positiv nach unten wirkend)	9,81 m/s ²
Gezeigte Lage	0
Überlagerte Stellungen in der Systemskizze	2
Momentanpol und Polbahnen von	koppel
Sollbahn, Ecken	5
Sollbahn, Verlauf	offen
Sollbahn verglichen mit der Bahn von	P1
Vorgegebene Lagen, Ebene von	koppel
Vorgegebene Lagen, Anzahl	3
Geprüfte Sperrflächen	1
Zulässiges Antriebsmoment M_{zul}	0,35 N·m
Kleinster zulässiger Übertragungswinkel μ_{zul}	40 °
Zulässige Abweichung von der Sollbahn	3 mm

Bahnsuche: der Lauf, aus dem dieses Getriebe stammt

Zielfunktion, nach der gesucht wurde	quadratischer Mittelwert der Abweichung
Gesuchte Größen	Gestell, Kurbel, Koppel, Schwinge, Richtung der Gestellgeraden, Koppelpunkt x, Koppelpunkt y
Festgehaltene Größen	$A_0 x$, $A_0 y$, Maßstab, Versatz des Antriebsbereichs
Bei der Suche geforderter kleinster Übertragungswinkel μ	40 °
Kurbel musste voll umlaufen	ja
Sperrflächen wurden mitgeprüft	ja
Suchverfahren	Differentialevolution, danach Nelder-Mead, über acht Mehrstarts
Startwert dieses Mehrstarts	aus dem Koppelkurven-Atlas
Zufallskeim des Laufs	1265200741
Zufallskeim dieses Mehrstarts	638573432

Mehrstart, aus dem dieses Getriebe stammt	4
Auswertungen dieses Mehrstarts	25.002
Zeitbudget des Laufs	20 s
Ende dieses Mehrstarts	Auswertungsbudget aufgebraucht

Glieder

Glied	x_o [mm]	y_o [mm]	φ_o [°]	Gliedlinie [°]	m [kg]	s_S [mm]	J_S [kg·mm ²]
gestell	0	0	0	-4,3	—	im Bezugspunkt	—
kurbel	0	0	-4,3	-4,3	0,131	17,41 0	13,2
koppel	34,72	-2,63	70,1	—	0,326	43,18 0	203
schwinge	64,09	78,58	-56,5	-56,5	0,397	52,63 0	367

Gelenke

Gelenk	Art	Glieder	Anschluss 1 [mm]	Anschluss 2 [mm]	Zusatz
fest	Gestellbindung	gestell	0 0	—	$\varphi = 0^\circ$
A0	Drehgelenk	gestell – kurbel	0 0	0 0	reibungsfrei
A	Drehgelenk	kurbel – koppel	34,82 0	0 0	reibungsfrei
B	Drehgelenk	koppel – schwinge	86,35 0	0 0	reibungsfrei
B0	Drehgelenk	gestell – schwinge	122,12 -9,24	105,25 0	reibungsfrei

Antriebe

Antrieb	Glied	von φ [°]	bis φ [°]	Versatz Gliedlinie [°]	Abschnitte	Übergänge
1	kurbel	-4,3	355,7	—	1	stoß- und ruckfrei

Bewegungsgesetze je Abschnitt

Antrieb	Abschnitt	bis τ	bis Anteil	Gesetz	am Ende
1	1	1	1	poly345	Halt

Markierte Gliedpunkte

Punkt	Glied	x [mm]	y [mm]	x mitbewegt [mm]	y mitbewegt [mm]
punkt1	koppel	28,859	45,895	43,634	22,017
punkt2	koppel	78,639	45,292	60	-25

Vorgegebene Lagen der bewegten Ebene

Nr.	Name	x [mm]	y [mm]	φ [°]
1	L1	35	1	67,7
2	L2	-18	30	30,2
3	L3	21	-28	77,4

Struktur und Freiheitsgrad

Glieder n (einschließlich Gestell)	4
Gestellbindungen	1
Einfache Gelenke g_1 (Dreh- und Schubgelenke)	4
Höhere Gelenke g_2 (Kurvengelenke, Zahnradpaare, Zahnstangen, Malteserkreuze)	0
Antriebe	1
Freiheitsgrad $F = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot g_1 - g_2$ (Grübler)	1

Nachweise

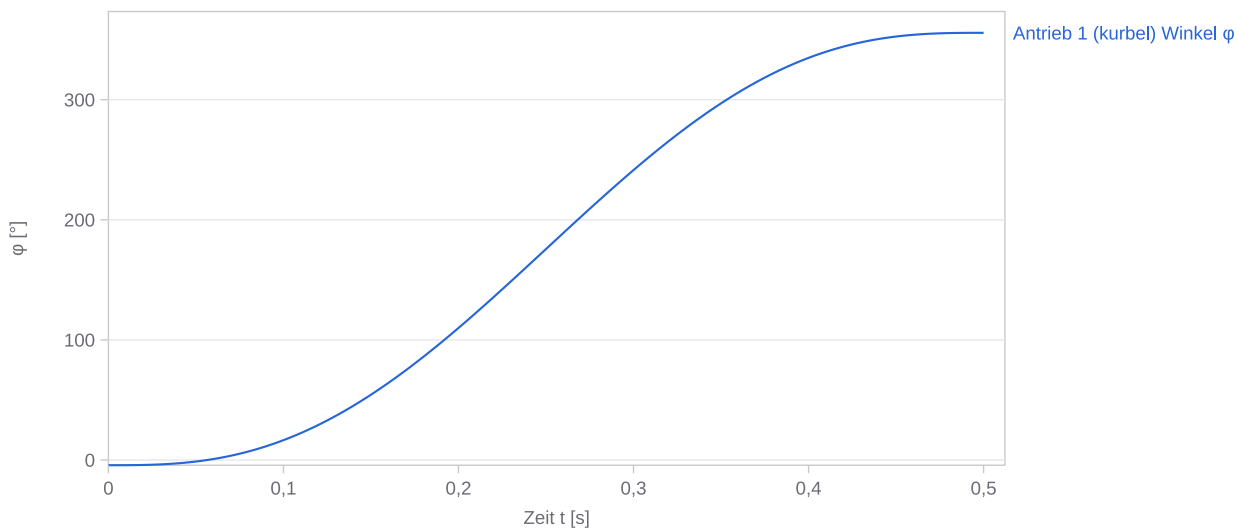
Kriterium	Wert	Grenze	Status
Freiheitsgrad F, gefordert 1 (Zahl der Antriebe)	1	1	● in Ordnung
Antriebsbereich vollständig und lückenlos			● in Ordnung
Übergänge stoß- und ruckfrei			● ruckfrei

Kleinsten Übertragungswinkel $\mu_{\min} \geq 40,0^\circ$	53,3 °	40,0 °	● im Richtwert
Größte Abweichung von der Sollbahn (Bahn von punkt1) $\leq 3,000$ mm	1,475 mm	3,000 mm	● in Ordnung
Größte Eindringtiefe in eine Sperrfläche	0,000 mm		● in Ordnung
Größtes Antriebsmoment $M_{\max} \leq 0,35$ N·m	0,2478 N·m	0,35 N·m	● in Ordnung

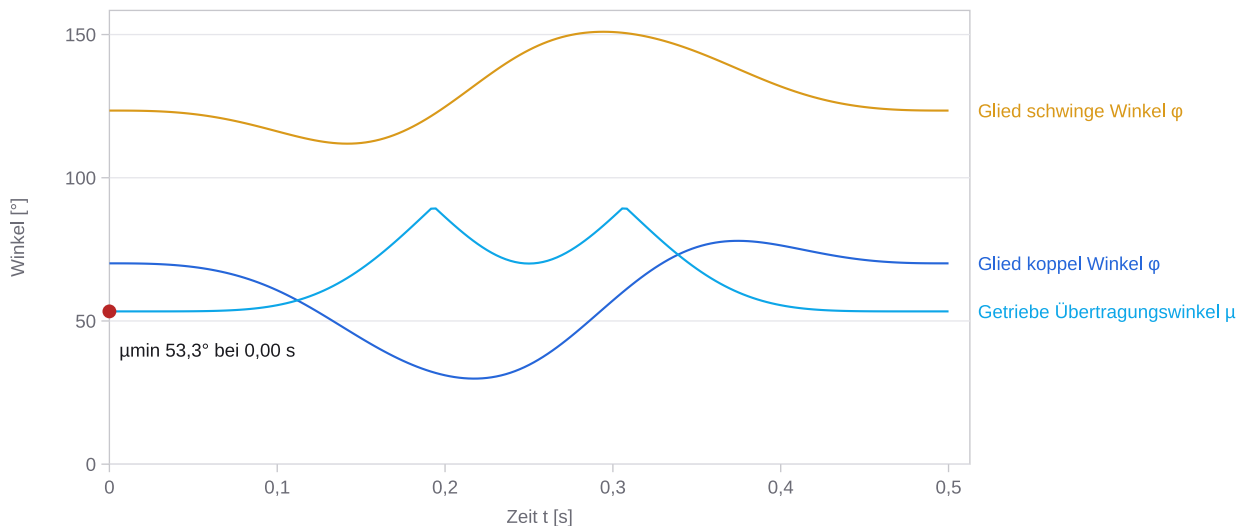
Kennwerte

Kleinsten Hemmfaktor $r_{\min}$ (Selbsthemmung)	kein μ_0 eingetragen
Größte Gelenkkraft $F_{\max}$	15,79 N
Größte Antriebsleistung $P_{\max}$	5,836 W
Effektivmoment M_{eff} am Antrieb	0,139 N·m
Größte reduzierte Trägheit $J_{\text{red,max}}$ am Antrieb	763,3 kg·mm ²
Kleinste reduzierte Trägheit $J_{\text{red,min}}$ am Antrieb	182,6 kg·mm ²
Größte Rüttelkraft $F_{R,\max}$	8,781 N
Bauart nach Grashof	Kurbelschwinge
Kürzestes Glied	Kurbel
Grashof-Überschuss $(s + l) - (p + q)$	-34,3 mm
Stellung von $\mu_{\min}$ (Antriebswinkel)	-4,3°
Stelle der größten Bahnabweichung (Fortschritt τ)	0,305
Stelle der größten Bahnabweichung (Antriebswinkel)	56,6°
Zuordnung beim Bahnvergleich	nächster Punkt
Umkehrlagen des Abtriebsglieds	2
Schwingwinkel des Abtriebsglieds ψ_0	39,1°
Zeitverhältnis Hin- zu Rückgang	2,279
Kleinste Gütekennzahl	0,674

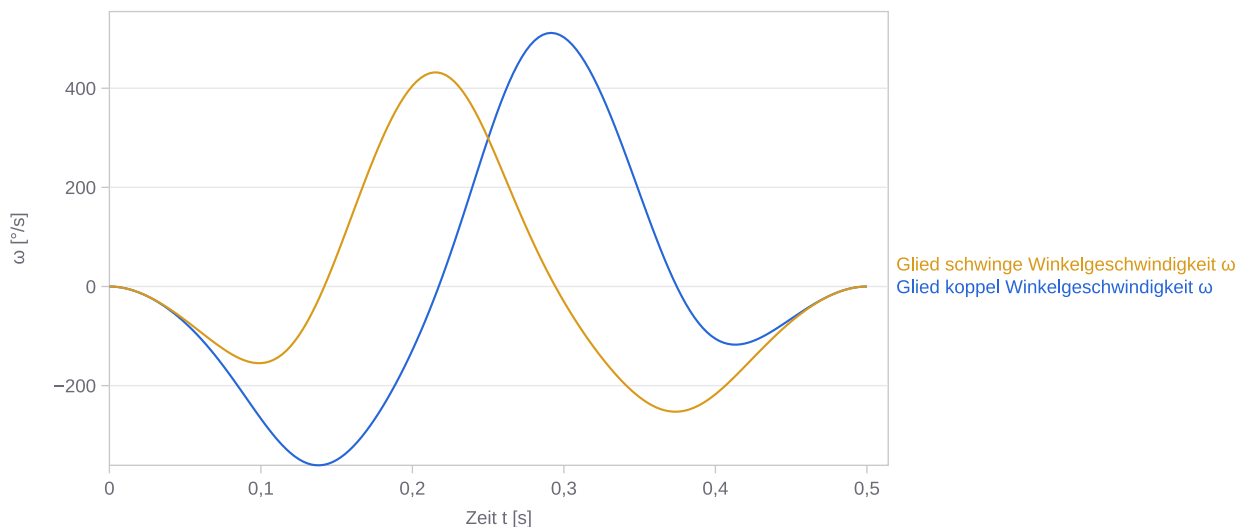
Antriebswinkel über der Zeit [°]



Winkel über der Zeit [°]



Winkelgeschwindigkeit über der Zeit [°/s]



Ersatzgetriebe nach Roberts

Koppelpunkt, dessen Kurve verglichen wird

Dritter Gestellpunkt C_0 , x

Dritter Gestellpunkt C_0 , y

Probe: abgefahrte Lagen eines vollen Umlaufs

Probe: größte Abweichung einer Gliedlänge vom Sollmaß

punkt1

64,060 mm

26,468 mm

3.600

5,68E-14 mm

Welches passt in den Bauraum?

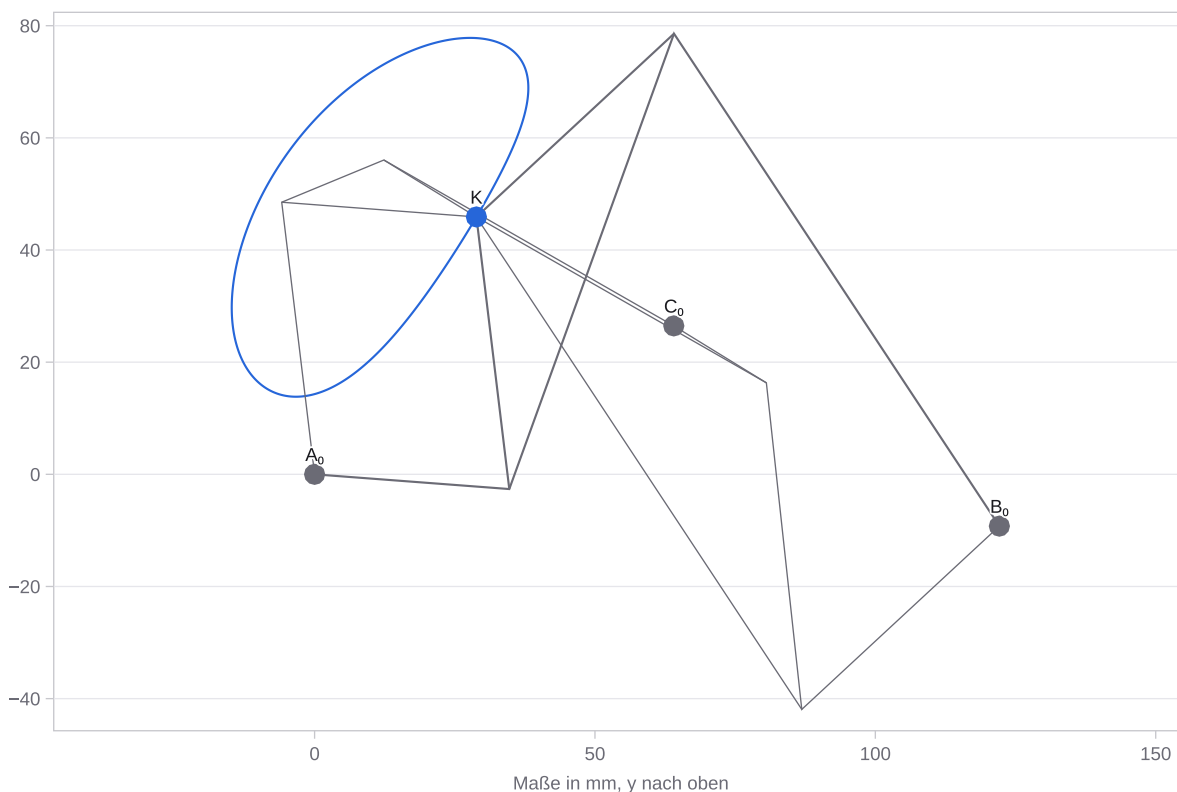
Größe	Ausgangsgetriebe	Ersatzgetriebe 1	Ersatzgetriebe 2
Gestell (mm)	122,466	69,313	68,157
Angetriebenes Glied (mm)	34,820	48,874	19,379
Koppel (mm)	86,354	19,707	58,578
Schwinge (mm)	105,253	59,571	48,060
Gestellpunkt A_0 , x y (mm)	0,000 0,000	0,000 0,000	64,060 26,468
Gestellpunkt B_0 , x y (mm)	122,117 -9,237	64,060 26,468	122,117 -9,237
Koppelpunkt vom vorderen Koppelgelenk (mm)	48,874	34,820	59,571
Koppelpunkt vom hinteren Koppelgelenk (mm)	48,060	19,379	105,253
Streckungsfaktor gegenüber dem Ausgangsgetriebe	1,0000	0,5660	0,5565
Bauart nach Grashof	Kurbelschwinge	Doppelschwinge	Kurbelschwinge

Größe	Ausgangsgetriebe	Ersatzgetriebe 1	Ersatzgetriebe 2
Angetriebenes Glied läuft voll um	ja	nein	ja
Bauraum über den Antriebsbereich, Breite × Höhe (mm)	156,9 × 123,2	76,1 × 77,8 — kleinster Bauraum	136,9 × 124,3
Größtes Glied (mm)	122,5	69,3	68,2
Sperrfläche	frei	frei	11,00 mm tief

Der Bauraum ist der kleinste achsparallele Kasten, in dem das Getriebe über einen ganzen Antriebsbereich bleibt — gemessen an den Gliedmitten, ohne Bauteildicke. Er sagt etwas anderes als das längste Glied: Ein Ersatzgetriebe mit längeren Stangen kann weniger Platz brauchen, weil seine Lager anderswo sitzen. Zwei Zeilen mit denselben vier Längen sind darum noch nicht dasselbe Getriebe: Erst die Gestellpunkte sagen, welches wo steht.

Bauart und Antrieb sagen Verschiedenes. Grashof ordnet die KETTE ein, die Zeile Antrieb sagt, ob das Glied an A_0 selbst umläuft. Bei einer Kurbelschwinge ist das kürzeste Glied entweder die Kurbel oder die Schwinge; ist es die Schwinge, läuft das Glied am Abtrieb um und der Antrieb schwingt. „Kurbelschwinge“ neben „nein“ ist deshalb kein Widerspruch.

Alle drei Getriebe an einer Koppelkurve



Gezeichnet ist die Bezugslage. Der dicke Linienzug ist das Ausgangsgetriebe zwischen A_0 und B_0 , die dünnen sind die Ersatzgetriebe: Nummer 1 zwischen A_0 und C_0 , Nummer 2 zwischen C_0 und B_0 . Alle drei tragen denselben Koppelpunkt K, und die eine gezeichnete Kurve gehört allen dreien. Maße in mm, gleicher Maßstab in beiden Achsen.

Berechnungsgrundlage und Modellvorbehalte

Gerechnet wird die geschlossene Bindungsgleichung des ebenen Koppelgetriebes: Zu jedem Fortschritt τ auf der gemeinsamen Zeitleiste wird die Lage aller Glieder mit dem Newton-Verfahren gelöst, danach werden Geschwindigkeit und Beschleunigung aus derselben Jacobi-Matrix gewonnen. Antriebsmoment und Gelenkkräfte folgen aus dem Prinzip von d'Alembert (Kinetostatik) mit den angegebenen Massen und Trägheiten. Die Bewegungsgesetze der Abschnitte sind die normierten Zeitgesetze nach VDI 2143.

WO DIE MASSE ANGREIFT: Die Masse eines Glieds wirkt in seinem Schwerpunkt s_S , den die Gliedertabelle unten je Glied ausweist. Wird am Bildschirm eine Masse eingetragen und sind die Schwerpunktfelder leer, belegt der Rechner sie sichtbar vor — mit der Mitte zwischen den beiden Drehgelenken des Glieds, bei mehr als zweien mit deren Mittel; ein Schubgelenk zählt nicht mit, weil sein Anschlussort längs der Führung beliebig ist. Der Vorschlag lässt sich überschreiben, ein bereits gesetzter

Schwerpunkt bleibt unberührt, und ein geladener Stand wird nicht angetastet. Steht in der Tabelle „im Bezugspunkt“, ist keiner angegeben, und er fällt mit dem Bauort des Glieds zusammen — bei allem, was dieser Rechner erzeugt, mit einem Gelenk. Die eingetragene Masse ist dann keine über das Glied verteilte Masse, sondern eine Punktmasse in diesem Gelenk. Die Folge ist nachgemessen: Am Viergelenk wirken sich 10 kg an der Kurbel so auf das Antriebsmoment gar nicht aus, an der Koppel allein über ihr Gewicht. Das Trägheitsmoment J_S gilt um den Schwerpunkt; den Steiner-Anteil $m \cdot s^2$ legt die Rechnung selbst dazu.

WENN MASSEN AM ANTRIEB NICHTS BEWIRKEN: Ein Glied, das mit gleichbleibender Drehzahl um eine feste Achse umläuft, braucht kein Antriebsmoment — gleich wo sein Schwerpunkt sitzt und wie groß seine Trägheit ist: Seine Fliehkraft zeigt durch die Achse und hat dort keinen Hebel, und beschleunigt wird es nicht. Der vorbelegte Schwerpunkt ändert daran nichts, er verschiebt nur den Ort der Fliehkraft. Wirksam wird die Masse durch die Schwerkraft, durch ein Bewegungsgesetz am Antrieb oder an einem Glied, das ungleichförmig läuft. Wo nichts davon zutrifft, bleiben vom Antriebsmoment und von der Antriebsleistung nur die letzten Bits der Rechnung übrig. Beide werden deshalb gegen die Last verglichen, die dieses Modell überhaupt tragen kann, und weggelassen, sobald sie neun Zehnerpotenzen darunter liegen; in der Zeile steht dann der Grund und KEIN Grenzwert — eine Zahl dieser Größenordnung unterschreite jede Grenze und bestünde damit eine Prüfung, die nie stattgefunden hat. Die Gelenkkraft ist davon nicht betroffen und wird weiter ausgewiesen: Die Fliehkraft der Kurbel ist eine echte Lagerkraft, ihr fehlt allein der Hebel um die Antriebsachse.

REDUZIERTER TRÄGHEIT UND EFFEKTIVMOMENT, bei genau einem Drehantrieb: Die Einflusszahlen $dq/d\phi$ folgen aus derselben Jacobi-Matrix wie die Geschwindigkeiten, mit der Einheitsrate am Antrieb. Damit ist J_{red} die Summe über die Glieder von $m \cdot |dr_S/d\phi|^2 + J_S \cdot (d\phi_i/d\phi)^2$, auch in einer Rast, in der das Getriebe steht. Nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit teilt sich das Antriebsmoment in den Trägheitsanteil M_T , die Summe von $m \cdot a_S \cdot dr_S/d\phi + J_S \cdot \alpha_i \cdot d\phi_i/d\phi$, gleich $J_{red} \cdot \alpha + \frac{1}{2} \cdot (dJ_{red}/d\phi) \cdot \omega^2$, und den Lastanteil M_L aus Gewicht, Kraftelementen und Lasten. Das Effektivmoment $M_{eff} = \sqrt{(1/T) \cdot \int M^2 dt}$ über die Bewegungsdauer T steht nur bei lückenlosem Umlauf; integriert wird nach der Trapezregel über die gerechneten Stellungen. Sitzt der Motor an einem anderen Glied als dem angetriebenen, gelten Moment und Trägheit an diesem Glied: $M_{Glieder} = M/(d\phi_{Glieder}/d\phi)$.

DIE RÜTTELKRAFT ist die Kraft, die das Getriebe aus seinen Massenkräften auf das Gestell gibt, $F_R = -\text{Summe von } m \cdot a_S$ über die bewegten Glieder (VDI 2149 Blatt 1, Abschnitt 3). Gewicht und äußere Lasten gehören nicht dazu: Das eine ist statisch, die anderen kommen von außen.

WIE DIE KENNWERTE GEWONNEN WERDEN: Der Übertragungswinkel μ ist an zwei Bauformen erklärt — an der Viergelenkkette als Winkel zwischen Koppel und Schwinge im Gelenk B, an der Schubkurbel zwischen Koppel und der Senkrechten auf die Führungsgerade (Kerle/Pittschellis/Corves, Einführung in die Getriebelehre, 3. Aufl. 2007, S. 161, Gl. 6.5 und 6.6). Gemeldet wird der spitze Wert und als μ_{min} der kleinste über alle gerechneten Lagen; die geschlossene Form der Quelle gilt für den vollen Umlauf und wird deshalb nicht eingesetzt, sondern nur zur Gegenrechnung benutzt. Bei jeder anderen Kette steht in der Zeile, dass die Größe dort nicht erklärt ist. Am Kurvengelenk steht sie als Druckwinkel $\alpha = 90^\circ - \mu$ in einer eigenen Zeile. Sitzt ein Zylinder an der Kette, gilt sie ohne ihn, und eine eigene Zeile weist den Übertragungswinkel am Zylinder aus: $\mu = 90^\circ - \alpha$ zwischen der Zylinderachse und der Bewegung seines Kopfpunkts relativ zum Boden. Als Richtwert nennt dieselbe Quelle $40^\circ \leq \mu \leq 50^\circ$ für langsam laufende Getriebe (S. 160, Gl. 6.4); das ist ein Erfahrungswert und keine Norm — VDI 2130 behandelt den Übertragungswinkel in einem eigenen Abschnitt und nennt keine Zahl. Deshalb trägt die Zeile die Wortreihe eines Richtwerts und nicht die eines bestandenen Nachweises: Bei 39° bricht nichts, aber Lagerkräfte, Reibung und Empfindlichkeit gegen Spiel wachsen rasch. Als Abtriebsglied gilt das nicht angetriebene Glied, das über ein Drehgelenk am Gestell hängt; seine Umkehrlagen sind die Nulldurchgänge seiner Winkelgeschwindigkeit, zwischen zwei Rasterpunkten linear eingeschoben. Steht es in einer Rast still und läuft danach zurück, ist die Rast eine Umkehr; über einen geschlossenen Umlauf zählt auch eine Rast über den Umlaufanfang. Liegt eine Umkehr in einer Rast, fehlt das Zeitverhältnis, denn wohin die Rastzeit gehört, wäre eine Verabredung. Kehrt es genau zweimal um, folgen daraus der Schwingwinkel ψ_0 als sein voller Ausschlag und das Zeitverhältnis als der längere der beiden Abschnitte geteilt durch den kürzeren, also stets ≥ 1 . Bezugsgröße des Zeitverhältnisses ist die ZEIT und nicht der Kurbelwinkel: Läuft der Antrieb gleichförmig, ist beides dasselbe; trägt ein Abschnitt ein Bewegungsgesetz, fallen sie auseinander, und maßgebend ist die Zeit. Ausgewiesen wird es nur bei einem Antrieb, der wenigstens einmal ganz herumkommt — sonst gibt es keinen Rückgang, gegen den sich messen ließe. Gleitet das Abtriebsglied stattdessen in einer Führung am Gestell — der Kolben der Schubkurbel, der Stößel des Kurvengetriebes —, zählt seine Geschwindigkeit längs der Führung, und an die Stelle des Schwingwinkels tritt der Hub $s_0 = s_{max} - s_{min}$ in Millimetern, ebenso fein wie das Raster. Das gilt auch, wenn das Glied am Gestell über einen geschlossenen Umlauf ohne Umkehrlage umläuft und dahinter ein Stößel gleitet, wie beim Whitworth-Schnellrücklauf. Findet sich gar kein eindeutiges Abtriebsglied, fehlen die Zeilen: Das trifft jedes Getriebe mit mehr als einem Antrieb, etwa das Fünfgelenk — welches seiner Glieder der Abtrieb wäre, sagt die Struktur nicht. Der Schwingwinkel wird über die gerechneten Lagen gemessen und ist damit so fein wie das Raster; bei 360 Schritten liegt er rund $0,002^\circ$ unter dem geschlossen gerechneten Wert. Die Antriebsleistung ist in jeder Stellung die Summe

über die Antriebe aus Moment und Winkelgeschwindigkeit, $P_{\max}$ ihr größter Betrag über den Umlauf — nicht $M_{\max}$ mal $\omega_{\max}$, denn beide Höchstwerte fallen bei einem Bewegungsgesetz nicht zusammen.

BAUART NACH GRASHOF: Ob ein Glied der viergliedrigen Drehgelenkkette voll umläuft, entscheiden allein die vier Gliedlängen. Mit s als kürzestem, l als längstem und p, q als den beiden übrigen lautet die Bedingung $s + l < p + q$; der ausgewiesene Grashof-Überschuss ist die Differenz $(s + l) - (p + q)$ und damit negativ, wo die Bedingung erfüllt ist. Ist sie erfüllt, folgt die Bauart aus der Lage des kürzesten Glieds: am Gestell die Kurbelschwinge, als Gestell selbst die Doppelkurbel, als Koppel die Doppelschwinge. Bei Gleichheit ist das Getriebe durchschlagend und damit laufunsicher — es kommt durch die Strecklage, aber welchen Zweig es danach nimmt, ist nicht bestimmt. Ist die Bedingung verletzt, schwingen alle vier Gelenke (Totalschwinge). Ein Schubgelenk oder ein fünftes Glied macht daraus eine andere Kette, für die es keine Grashof-Bauart gibt; die Zeile sagt dann genau das. Die Bauart ist eine Aussage über das Laufverhalten und keine Note — bewertet wird sie nicht.

WARUM DIE DREI GETRIEBE DIESELBE KURVE ZEICHNEN — Satz von Roberts: Der Koppelpunkt K liegt im mitbewegten System der Koppel fest; als komplexes Verhältnis geschrieben ist $z = (K - A)/(B - A)$, und diese Zahl hängt an keiner Stellung, weil sich Zähler und Nenner mit der Koppel gleich mitdrehen. Mit ihr folgt der dritte Gestellpunkt aus $C_0 = A_0 + z \cdot (B_0 - A_0)$; das Gestelldreieck $A_0B_0C_0$ ist damit dem Koppeldreieck ABK ähnlich. Das erste Ersatzgetriebe hängt an A_0 und C_0 , und seine bewegten Gelenke sind $A_1 = A_0 + (K - A)$ — das Parallelogramm A_0AKA_1 — und $B_1 = C_0 + z \cdot (B - B_0)$. Nachgerechnet sind $|A_1 - A_0| = k$, $|B_1 - A_1| = |z| \cdot a$, $|B_1 - C_0| = |z| \cdot c$ und $|C_0 - A_0| = |z| \cdot d$, dazu $|K - A_1| = a$ und $|K - B_1| = |1 - z| \cdot a$. Alle sechs Beträge sind über den ganzen Umlauf konstant — genau das macht die Kette zu einem Getriebe, und weil K dabei derselbe Punkt bleibt wie beim Ausgangsgetriebe, ist es dieselbe Kurve. Das zweite Ersatzgetriebe folgt aus derselben Vorschrift, von der anderen Seite gelesen: Mit $w = 1 - z$ ist $K = B + w \cdot (A - B)$, und die Vertauschung von A_0, A, B, B_0 und z gegen B_0, B, A, A_0 und w bildet die Konstruktion auf sich selbst ab — sie liefert denselben Punkt C_0 und die Gelenke $A_2 = C_0 + w \cdot (A - A_0)$ und $B_2 = B_0 + (K - B)$. BEHAUPTET WIRD DAS NICHT, SONDERN GEMESSEN: Die beiden Zeilen „Probe“ fahren einen vollen Umlauf des Ausgangsgetriebes ab, bauen in jeder Lage die Ersatzgelenke nach der obigen Vorschrift und vergleichen fünf Abstände je Ersatzgetriebe mit den Sollmaßen aus den Formeln. Die größte Abweichung steht darüber in Millimetern; sie liegt in der Größenordnung der Maschinengenauigkeit und ist keine Toleranz. WAS SICH DABEI ÄNDERT, IST DIE BAUART: Die Ersatzgetriebe führen dieselben Längen in anderen Rollen, und deshalb kann aus einer Kurbelschwinge eine umlauffähige Doppelschwinge werden. Die Zeile „Angetriebenes Glied läuft voll um“ sagt es je Getriebe; wo dort „nein“ steht, zeichnet das Getriebe dieselbe Kurve, aber sein Antrieb fährt je Montagelage nur einen Teil davon ab. Quelle: Kerle/Pittschellis/Corves, Einführung in die Getriebelehre, 3. Aufl., Kap. 6.3.1, S. 185–188, Tafel 6.2 auf S. 186.

WIE DIESES GETRIEBE GESUCHT WURDE — Bahnsynthese über eine Optimierung: Anders als die vier Auslegungsverfahren darüber ist dies KEINE geschlossene Rechnung. Gesucht werden elf Zahlen — vier Gliedlängen, der Gestellpunkt A_0 , die Richtung der Gestellgeraden, der Koppelpunkt in der Koppellebene, ein Maßstab und der Versatz des Antriebsbereichs —, und zwar so, dass die Koppelkurve die gezeichnete Sollbahn möglichst gut trifft. Welche davon wirklich gesucht wurden und welche auf ihrem Wert blieben, steht oben in den Zeilen „gesuchte Größen“ und „festgehaltene Größen“. Der Montagezweig ist dabei KEINE zwölfte Zahl: Zwischen den beiden Zusammenbauten eines Viergelenks liegt nichts, was sich um ein Stück verschieben ließe, und ein Mittelwert aus beiden hätte keine Bedeutung — gesucht wird er über die Mehrstarts, die einander darin abwechseln. Gerechnet wird in zwei Verfahren hintereinander: Differentialevolution nach Storn/Price durchsucht den ganzen Raum, das Simplexverfahren nach Nelder/Mead fährt den besten Fund nach, und beides läuft dreimal abwechselnd. Acht Mehrstarts suchen unabhängig voneinander, jeder mit seinem eigenen abgeleiteten Zufallskeim; verglichen werden sie am Ende über denselben Zielwert. Die harten Bedingungen — brauchbare Zahlen, ein schließendes Viereck, die Längengrenzen, der geforderte Umlauf der Kurbel — werden nach den Zulässigkeitsregeln von K. Deb (2000) behandelt: Ein zulässiger Kandidat schlägt jeden unzulässigen, unter zwei unzulässigen gewinnt die kleinere Verletzung. Der geforderte Übertragungswinkel und die Sperrflächen gehen dagegen als STRAFTERM in den Zielwert ein, nicht als Schranke; die Begründung steht im Vorbehalt weiter unten. Gesucht wird auf einem gröberen Raster als gemessen — 180 Umlaufschritte und 240 Bahnproben —, weil hunderttausende Auswertungen auf dem Nachweiseraster nicht bezahlbar sind. Der Fund wird danach EINMAL auf dem Nachweiseraster nachgemessen (mindestens 1800 Umlaufschritte, rund 1000 Bahnproben), und nur diese Zahl steht oben im Dokument.

WOHER DER STARTWERT KAM — aus dem Koppelkurven-Atlas: Vor der Suche wird eine vorgerechnete Tafel von Viergelenken nach der GESTALT ihrer Koppelkurve durchsucht. Bei einer geschlossenen Sollbahn wird die ganze Kurve über Fourier-Deskriptoren verglichen; bei einer offen gezeichneten wird stattdessen ein STÜCK der Koppelkurve gesucht, das der gezeichneten Bahn gleicht. Vorn stehen die ähnlichsten Treffer, die den geforderten Übertragungswinkel halten; der erste sagt, in welchem Tal anzufangen ist, und liefert zugleich den Montagezweig. Ein Viertel der Anfangsbevölkerung wird um ihn gestreut, drei Viertel durchsuchen weiter den ganzen Raum. Was das bringt, ist gemessen: An dreißig Aufgaben mit bekannter Lösung — sechs Viergelenke, je fünf Zufallskeime — blieben mit Startwerten aus dem Atlas FÜNF von dreißig Läufen in einem Nebenminimum stehen, ohne sie dreizehn; der Median der verbleibenden Abweichung fiel von 0,453 auf 0,045 Prozent der

Bahnausdehnung, bei gleicher Rechenzeit. FÜR DIE TEILSTÜCK-SUCHE GILT EINE EIGENE MESSUNG: Sie erkennt den eigenen Eintrag bis herunter zu drei Achtern der Kurve wieder, und das gelieferte Getriebe zeichnet die gefragte Bahn in jedem gemessenen Fall auf unter zwei Prozent ihrer Ausdehnung genau. Unter drei Achtern wird ein Stück zu glatt, um es von Hunderten anderen zu unterscheiden — als Startwert taugt es trotzdem, als Antwort nicht.

WONACH GESUCHT WURDE — nach der FORM der Bahn und nicht nach ihrem zeitlichen Ablauf: Zugeordnet wird über den nächsten Punkt, also zu jeder Stelle der Sollbahn der nächstgelegene Ort der Koppelkurve, gleich bei welchem Kurbelwinkel er erreicht wird. Ob die Kurve eine Stelle zur rechten Zeit durchläuft, geht in den gesuchten Zielwert nicht ein. Gemessen an dreißig Aufgaben, deren Sollbahn aus einem vorhandenen Viereck erzeugt wurde: Die Formsuche findet die Gestalt auf 0,045 Prozent der Bahnausdehnung genau (Median) und verfehlt dabei die zeitrichtige Zuordnung um 8,1 bis 11,7 Prozent — kein einziger der dreißig Läufe kommt dort unter ein Prozent. Bleibt die Suche in einem Nebenminimum stehen, wird es weit schlechter: An einem der sechs Getriebe lag die zeitrichtige Abweichung dann zwischen 286 und 426 Prozent, die gefundene Kurve wird also in ganz anderer Reihenfolge durchfahren. Wer eine Bahngeschwindigkeit fordert — Klebstoffauftrag, Schneidbrenner, Zuführen —, wählt in der Suchmaske die zeitrichtige Zielfunktion.

DER WICHTIGSTE VORBEHALT: Eine Suche findet ein GUTES Getriebe und nicht das beste. Es gibt keinen Nachweis, dass kein besseres existiert — und keinen, dass ein zweiter Lauf mit anderem Keim nicht ein besseres fände. Gemessen an dreißig Aufgaben, deren Lösung bekannt war, weil die Sollbahn aus einem vorhandenen Viereck erzeugt wurde, blieb die Suche in fünf bis dreizehn Fällen in einem Nebenminimum stehen (die Zahl hängt am Startwert und steht im Absatz darüber); mehr Rechenzeit ändert daran nichts, weil dort kein Budget fehlt, sondern ein anderes Tal. WIEDERHOLBAR IST DER LAUF ÜBER DEN KEIM: Derselbe Keim, dieselben Vorgaben und dieselbe Sollbahn liefern Zeichen für Zeichen dasselbe Getriebe — mit einer Ausnahme, und sie steht oben in der Zeile „Ende dieses Mehrstarts“: Ein Lauf, der am ZEITBUDGET endet, endet auf einer schnellen Maschine woanders als auf einer langsamen und ist deshalb nicht wiederholbar. ÜBERTRAGUNGSWINKEL UND SPERRFLÄCHEN SIND KEINE SCHRANKEN, sondern Strafterme: Ein Getriebe, das sie verfehlt, wird schlechter bewertet, aber nicht verworfen — sonst zerrisse die Suche genau dort, wo die guten Bahngeneratoren liegen, und ein knapp eindringendes Glied verlöre seinen Bahnwert, obwohl wenige Millimeter Gestellversatz es lösbar machten. Der Sieger darf beides also verfehlen; OB er es tut, steht nicht hier, sondern oben in den Zeilen zum Übertragungswinkel und zur Eindringtiefe.

WIE DIE ABWEICHUNG VON DER SOLLBAHN GEMESSEN WIRD: Verglichen wird die vorgegebene Bahn mit der Bahn des oben angegebenen Teils — der Koppelkurve eines markierten Gliedpunktes oder dem Weg eines Gelenks, beide nur auf einem bewegten Glied. Zu jeder Stelle der Sollbahn wird der nächstgelegene Ort der Koppelkurve gesucht und der größte dieser Abstände ausgewiesen — der klassische Bahnfehler. Die Zuordnung ist damit ein reiner FORMVERGLEICH: Welcher Punkt der Bahn bei welchem Kurbelwinkel erreicht wird, geht nicht ein, und ein Zeitfehler bleibt in dieser Zahl unsichtbar. Gemessen wird von der Sollbahn AUS und nicht umgekehrt; was die Koppelkurve über die Sollbahn hinaus tut — bei einer geschlossenen Kurve der Rückweg —, geht deshalb nicht ein. Zwei Verfeinerungen gehören zur Aussage: Die Sollbahn wird ZWISCHEN ihren Ecken abgetastet (rund tausend Stellen über ihre Länge, die Ecken zusätzlich), denn zwischen zwei Stützstellen darf die Abweichung beliebig groß werden — nur an den Ecken gemessen käme für eine Bahn, deren Ecken auf der Kurve liegen, glatt null heraus, während dazwischen anderthalb Millimeter liegen (nachgerechnet in `bahnvergleich.test.ts`). Und die Koppelkurve wird für die Messung mit mindestens 1800 Schritten neu gerechnet, nie mit weniger als die Anzeige zeichnet: Bei 360 Schritten liegt der so gemessene Größtwert 0,0009 mm unter dem Grenzwert einer 36.000-schrittigen Rechnung, bei 36 Schritten schon 0,15 mm, und bei einer Anzeige, aus deren Raster die Bahn selbst stammt, käme null heraus. Wer feiner als 1800 Schritte zeichnen lässt, bekommt dieselbe Schrittzahl auch für die Messung — sonst wäre die Zahl gegen ein gröberes Vieleck gerechnet als das, was auf dem Bildschirm steht. Bewertet wird nur, wenn eine zulässige Bahnabweichung angegeben ist; ohne sie steht die Zahl als Kennwert da, denn eine Annäherung an eine gezeichnete Kurve ist kein bestandener oder nicht bestandener Nachweis.

WORAUF SICH DER ANTRIEBSWINKEL BEZIEHT: Die Spalten „von φ “ und „bis φ “ der Antriebstabelle nennen den Absolutwinkel φ des angetriebenen Glieds gegen die Waagerechte, gemessen um seinen Bezugspunkt und im Gegenuhrzeigersinn. Es ist dieselbe GRÖSSE, die die Gliedertabelle als φ_0 führt, aber nicht notwendig dieselbe ZAHL: Die Gliedertabelle nennt den ABGELEGTE Entwurf, also die Stellung, in der das Getriebe gebaut wurde, und für den Löser ist sie nur der Startwert. Bei $\tau = 0$ prägt er dem angetriebenen Glied „von φ “ auf und löst die Kette von dort aus; wo φ_0 und „von φ “ auseinanderfallen, steht die gezeichnete Ausgangslage also um diesen Unterschied neben den Zahlen der Gliedertabelle, und maßgebend für alles Gerechnete ist „von φ “. Bei einem aus vorgegebenen Lagen gerechneten Getriebe ist dieser Unterschied der Regelfall und keine Ungenauigkeit: Der Entwurf ist in der vorgegebenen Lage abgelegt, an der der Antriebsbereich anfängt — dem Regelfall nach der ersten —, und der Bereich beginnt ein Prozent der Lagenspanne VOR ihr, höchstens aber ein Prozent des Abstands zur Grenzlage, jenseits derer die Kette nicht mehr schließt. Damit liegt die vorgegebene Lage sicher im Antriebsbereich und nicht auf seiner Kante, wo allein die Rundung darüber entschiede, ob sie noch dazugehört; die Probetabelle weist sie als Fortschritt τ knapp über null aus. Der Antriebswinkel ist ausdrücklich NICHT die Richtung der gezeichneten Gliedlinie zwischen zwei Gelenken: Dazwischen liegt fest der Winkel, den der Kopfpunkt im mitbewegten System des Glieds

selbst hat. Die Spalte „Versatz Gliedlinie“ nennt ihn je Gliedlinie, sobald er nicht null ist, und ein Strich steht dort, wo es nichts zu nennen gibt. Ein Versatz von 180° etwa heißt: Die Gliedlinie zeigt der Zeichnung nach genau entgegengesetzt zum Antriebswinkel, obwohl beide dasselbe Glied beschreiben.

Die Gütekennzahl sagt, wie weit das Getriebe von einer Totlage entfernt bleibt, und nicht, wie tragfähig es ist. Sie ist über den Umlauf der kleinste Wert des geometrischen Mittels der Singulärwerte der entdimensionierten Jacobi-Matrix — in der Robotik als Manipulierbarkeit nach Yoshikawa gebräuchlich. Sie ist 0 in der Totlage und wächst gegen 1, je senkrechter die Spalten aufeinander stehen. Läuft sie gegen null, durchfährt das Getriebe eine Totlage — dort sind Gelenkkkräfte und Winkelbeschleunigungen unzuverlässig. Jede Lage wird davor bis zum Schließen der Kette iteriert: bis die größte verbliebene Klaffung der Bindungsgleichungen unter 10^{-10} liegt, höchstens 40 Newton-Schritte weit. Eine Lage, die das nicht erreicht, geht nicht in dieses Dokument ein, sondern wird als Lücke im Antriebsbereich ausgewiesen — die Zeile „Antriebsbereich vollständig und lückenlos“ sagt es.

Modellvorbehalte: Alle Glieder sind starr, alle Gelenke spielfrei. Gerechnet wird ohne Spiel und ohne Elastizität; die Lagen folgen der Theorie 1. Ordnung. Reibung wird nur an den Gelenken gerechnet, an denen die Gelenketabelle eine Reibungszahl ausweist. Geprüft wird ausschließlich gegen gezeichnete Sperrflächen, und auch das nur, wenn welche vorgegeben sind; die Glieder untereinander werden NICHT geprüft. Zwei Glieder können sich also rechnerisch durchdringen, ohne dass hier etwas gemeldet wird.

Das ausgewiesene Antriebsmoment und die größte Gelenkkraft sind EINGANGSGRÖSSEN für einen Festigkeitsnachweis, kein Ersatz dafür. Für eine Welle unter diesem Moment ist der Nachweis nach DIN 743 zu führen, für ein Gelenklager der Nachweis der Tragzahl, für einen Bolzen der Flächenpressungs- und Scherungsnachweis.

Zu diesem Muster

Alle Werte auf diesen Seiten stammen aus einer frei gewählten Beispielrechnung und gehören zu keinem realen Bauteil. Der gekaufte Export enthält dieselben Abschnitte mit Ihren Eingaben, Ihren Kopfdaten (Projekt, Bauteil, Bearbeiter) und als durchsuchbaren Text. Preise und Umfang: maschinenbaurechner.de/preise

Hinweis: Die Ergebnisse sind Auslegungs- und Orientierungshilfen. Sie ersetzen nicht die eigenverantwortliche Prüfung, Berechnung und Freigabe durch eine fachlich qualifizierte Person. Es gelten die Nutzungsbedingungen auf maschinenbaurechner.de.